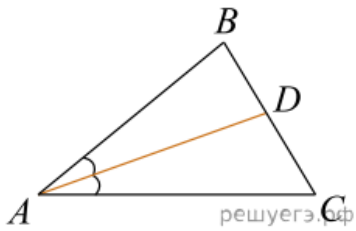
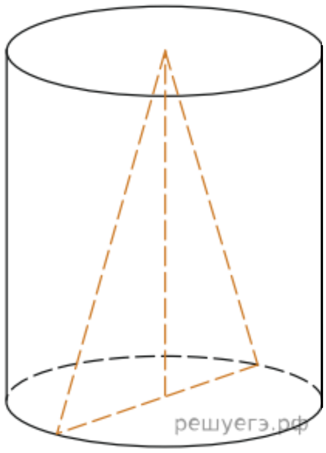
Вариант 2

1. В треугольнике ABC проведена биссектриса AD. Найдите угол ABD, если угол BAD равен $18°$ и угол ACB равен $61°$.



2. Даны векторы $\vec{a}(-13;\ 4)$ и $\vec{b}(-6;\ 1)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

3.
Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности цилиндра равна $44\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности конуса.



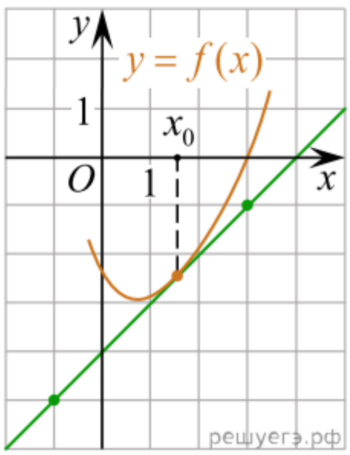
4. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 3 спортсмена из Македонии, 9 спортсменов из Сербии, 8 спортсменов из Хорватии и 10 — из Словении. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Сербии.

5. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,35. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,2. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

6. Найдите корень уравнения $5^{x-12}=\dfrac{1}{125}$.

7. Найдите значение выражения $\log_{10}8+\log_{10}125$.

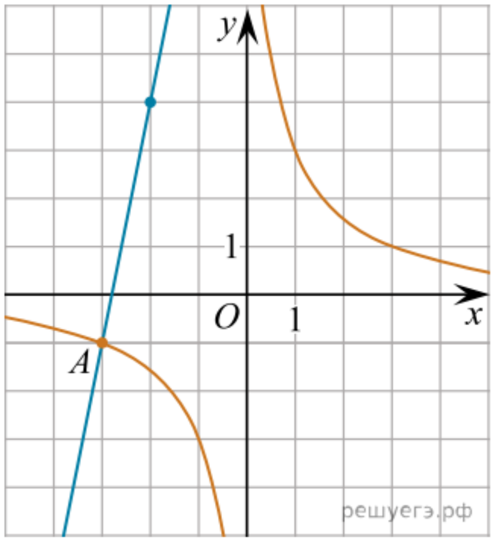
8. На рисунке изображён график функции $y=f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



9. Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением $a = 0{,}4$ м/с^2. Скорость υ вычисляется по формуле $\upsilon = \sqrt{2la}$, где l — пройденный автомобилем путь в м. Найдите, сколько метров проедет автомобиль к моменту, когда он разгонится до скорости 30 м/с.

10. Баржа в 10:00 вышла из пункта A в пункт B, расположенный в 30 км от A. Пробыв в пункте B 1 час 30 минут, баржа отправилась назад и вернулась в пункт A в 22:00 того же дня. Определите (в км/ч) собственную скорость баржи, если известно, что скорость течения реки 3 км/ч.

11. На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



12. Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 75x + 19$.

13. а) Решите уравнение $2 - 2\cos^2 x + \sqrt{2}\sin x = \sqrt{2} - 2\sin(x - \pi)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

14. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ известно, что $AB = 4$. Через точку O пересечения диагоналей основания перпендикулярно ребру SC провели плоскость α.

а) Докажите, что плоскость α проходит через вершины B и D.

б) В каком отношении плоскость α делит ребро SC, считая от вершины S, если площадь сечения равна $2\sqrt{14}$?

15. Решите неравенство $\dfrac{x^3 - x^2 - x + 1}{4^{x^2} - 16 \cdot 2^{x^2} + 64} \leqslant 0$.

16. 15 декабря 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 9 млн руб. на 24 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

— 15 декабря 2028 года долг должен быть полностью погашен.

Найдите r, если общая сумма платежей в 2027 году составит 6165 тыс. руб.

17. В четырёхугольник $KLMN$ вписана окружность с центром O. Эта окружность касается стороны MN в точке A. Известно, что $\angle MNK = 90^\circ$, $\angle NKL = \angle KLM = 120^\circ$.

а) Докажите, что точка A лежит на прямой LO.

б) Найдите длину стороны MN, если $LA = 3$.

18. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$(|x-2a-1|+|x-2a+1|)^2+$$
$$+a(|x-2a-1|+|x-2a+1|)+a^2-48=0$$

имеет ровно два различных корня.

19. На доске записано 10 натуральных чисел, среди которых нет одинаковых. Оказалось, что среднее арифметическое любых трёх, четырёх, пяти или шести чисел из записанных является целым числом. Одно из записанных чисел равно 30 035.

а) Может ли среди записанных на доске чисел быть число 325?

б) Может ли отношение двух записанных на доске чисел равняться 7?

в) Отношение двух записанных на доске чисел является целым числом n. Найдите наименьшее возможное значение n.